

文章编号: 0559-9350 (2002) 11-0027-05

初始轨迹对逐步优化算法收敛性的影响

方红远¹, 王 浩², 程吉林¹

(1. 扬州大学 水利与建筑工程学院, 江苏 扬州 225009; 2. 中国水利水电科学研究院 水资源所, 北京 100044)

摘要: 针对逐步优化算法(即 POA 法)在水库群系统规划设计和运行调度中存在着初始状态轨迹的选择对最优解收敛性产生影响这一值得探讨的问题, 以一算例演示阐述了全局最优收敛条件较松时初始状态轨迹的选择对 POA 法最优解收敛性的影响情况; 并根据算例特征给出的启示, 指出逐步优化算法在实际应用中应该注意的问题以及可采用的一些实用方法。

关键词: 逐步优化算法; 初始轨迹; 收敛

中图分类号: TV213

文献标识码: A

Howson 和 Sancho 提出的基于 Bellman 最优性原理的逐步优化算法^[1] (简称 POA 法), 由于其较适合求解具有多状态变量的多阶段决策问题, 因而在国内外的水库群系统规划设计和运行调度研究中经常运用^[2-5]。目前国内, 不仅多数论述水库群系统优化调度理论和方法的专著对此法的理论和使用均加以介绍, 而且有关阐述 POA 法应用于水电站库群补偿调节优化计算、灌溉发电综合利用库群调度、水库群防洪联合实时调度等方面的论文也时常可见; 文献 [6, 7] 还描述了该方法在我国大规模、跨流域水资源系统调控运行分析中的实际应用。由此可见, 该方法在国内水库群(或水资源)系统优化调度研究中受到了相当的关注。

POA 法是依据“最优策略具有这样的特性, 每两阶段的决策相对其始端决策和终端决策是最优的”思想, 以两阶段寻优为基础的逐步优化方法。该方法对状态变量不需要离散, 因而不仅可获得较精确解, 也可克服动态规划求解多状态变量问题时出现的“维数灾”障碍。然而, 虽然 Howson 和 Sancho 在提出该方法时已证明了 POA 法可以收敛到全局最优解, 但由于各种现代水资源系统的大规模结构特征及其运行调度的复杂性, 使得该方法在实际应用中仍有许多问题值得探讨, 如初始状态轨迹的选择对最优解收敛的影响、迭代中局部最优解的鉴别等, 这些问题的研究对该方法在实际研究项目中的有效使用具有较大的实际意义。本文旨在以一算例演示来阐述收敛条件较松时初始状态轨迹的选择对 POA 法收敛结果的影响, 以及该方法在实际应用中应该注意的问题。

1 算例演示

1.1 基本资料 某一含两串联水库(水库 1 和水库 2)的发电、供水系统, 如图 1 所示^[8]。两水库的兴利库容均为 6 单位, 运行周期初、末水库蓄水量为 3 单位; 各水库出流都可用来发电, 且水库 2 出流发电后再引入灌区灌溉。现将该系统的运行周期划分为 4 个阶段来考虑, 由于各水库电站的最大过流能力要求, 两库各阶段的最大放水量为 3 单位。假设已知运行周期内 4 个阶段水库 1 的入库径流量分别为 1, 3, 4, 1 单位; 为简便计算, 水电站净效益只考虑与水库放水量有关, 故设水库 1 电站各阶段单位水量所产生的净效益为 3, 4, 6, 4 单位; 水库 2 电站和灌区各阶段单位水量所产生的净效

收稿日期: 2002-03-07

作者简介: 方红远(1963-), 江苏溧水人, 副教授, 主要从事水资源规划与管理研究。

益分别为 4, 6, 8, 5 以及 3, 6, 5, 4 单位; 两水库之间的区间径流及各水库的蒸发渗漏损失不计。

设 S_i^1, S_i^2 为水库 1、2 第 i 阶段初的蓄水量 ($i=1, 2, \dots, 5$); y_i^1, y_i^2 为水库 1、2 第 i 阶段内的入库径流量 ($i=1, 2, \dots, 4$); x_i^1, x_i^2 为水库 1、2 第 i 阶段内的放水量 ($i=1, 2, \dots, 4$); BE_i^1, BE_i^2, BI_i^2 , 分别为水电站 1、水电站 2 以及灌区在第 i 阶段内单位水量的净效益系数。该系统运行调度优化数学模型可表示如下。

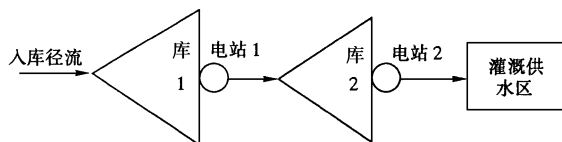


图1 二库串联系统结构

该系统运行调度优化数学模型可表示如下。

1.2 数学模型

1.2.1 目标函数

$$\text{Max } NB = \sum_{i=1}^4 \left[\sum_{k=1}^2 BE_i^k \cdot x_i^k + BI_i^2 \cdot x_i^2 \right] \quad (1)$$

1.2.2 系统方程及约束条件

系统方程

$$\begin{bmatrix} S_{i+1}^1 \\ S_{i+1}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_i^1 \\ S_i^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_i^1 \\ y_i^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i^1 \\ x_i^2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

约束条件

$$0 \leq S_i^1 \leq 6, 0 \leq S_i^2 \leq 6 (i=1, 2, \dots, 5) \quad (3)$$

$$0 \leq x_i^1 \leq 3, 0 \leq x_i^2 \leq 3 (i=1, 2, \dots, 4) \quad (4)$$

边界条件

$$S_1^1 = S_5^1 = 3, S_1^2 = S_5^2 = 3 \quad (5)$$

1.3 最优策略迭代求解 对于式 (1) ~ (5) 定义的数学模型, 由于问题涉及的变量不多, 使用一些常规方法 (如线性规划法、逐次渐近动态规划法、增量动态规划法、离散微分动态规划法等) 亦可较快求得全局最优解 (系统最大净效益为 144, 最优状态轨迹和最优策略如表 1 所示)。

为了分析比较不同初始状态轨迹对 POA 算法收敛性的影响, 针对该算例, 本文选择了 5 种初始状态轨迹进行了迭代计算 (鉴于上述系统特征, 水库 2 的初始状态轨迹选择一种后保持不变, 而改变水库 1 的初始状态轨迹)。图 2 显示了在用 POA 法求解系统最优状态轨迹和最优策略时采用的 5 种不同的初始状态轨迹 (其中 a, b, c, d, e 为水库 1 的, f 为水库 2 的)。

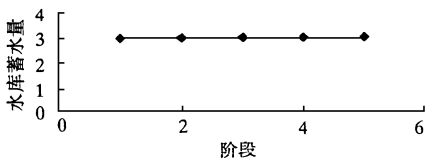
表 1 系统最优状态轨迹和最优策略

阶段 i	1	2	3	4	5	
水库 1	S_i^1	3	4	4	5	3
	x_i^1	0	3	3	3	
水库 2	S_i^2	3	3	3	3	3
	x_i^2	0	3	3	3	

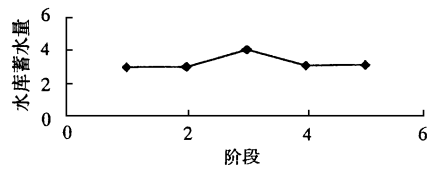
根据系统方程演算结果及边界条件, 由约束条件检验知, 在上述选择的 5 种初始状态轨迹中, 只有 (d, f) 是可行的, 其余均不可行。通过使用逐步优化算法寻优可以发现, 从这 5 种初始状态轨迹均可进行迭代计算, 并且算法能收敛; 但只有采用 (b, f)、(e, f) 初始状态轨迹时能得到全局最优解, 由 (a, f)、(c, f)、(d, f) 状态开始迭代得到的是局部解 ($x_1^1=1, x_2^1=3, x_3^1=3, x_4^1=2, x_1^2=1, x_2^2=3, x_3^2=3, x_4^2=2$; 目标值为 141)。5 种迭代计算结果如表 2 所示。

2 POA 算法收敛性问题

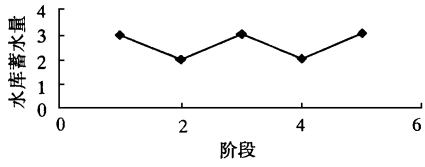
Howson 和 Sancho 在证明逐步优化算法的收敛性时指出^[1], 当多阶段决策问题的阶段指标函数 f 呈严格凸性且具有连续一阶偏导数时, POA 算法可收敛到全局最优解。依据动态规划最优性定理, 求解多阶段决策问题的最优策略可以表述为求解下列问题:



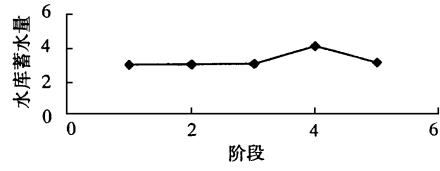
(a)库1 初始状态轨迹一



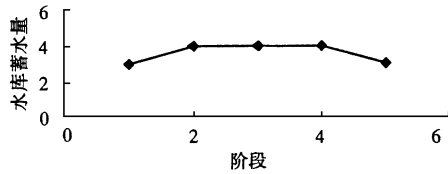
(b)库1 初始状态轨迹二



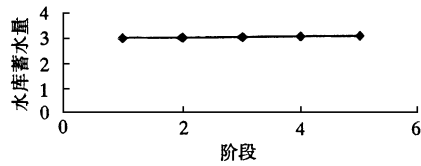
(c)库1 初始状态轨迹三



(d)库1 初始状态轨迹四



(e)库1 初始状态轨迹五



(f)库2 初始状态轨迹一

图2 不同的初始状态轨迹

$$\max_{S_i \in \Omega_i} \text{或} \min \sum_{i=1}^N f_i(S_i, S_{i+1}) \quad (6)$$

表2 POA 法计算结果

初始状态轨迹	可行性	迭代计算情形	收敛性	最优解特征
(a, f)	不可行	可进行迭代计算	收敛	局部解
(b, f)	不可行	可进行迭代计算	收敛	全局解
(c, f)	不可行	可进行迭代计算	收敛	局部解
(d, f)	可行	可进行迭代计算	收敛	局部解
(e, f)	不可行	可进行迭代计算	收敛	全局解

式中: S_i 为状态变量或向量, 并设 S_1, S_{N+1} 固定已知; Ω_i 为第 i 阶段的可行状态空间。POA 算法可收敛到全局最优解的充要条件等价于下列方程组:

$$\frac{\partial f_i(S_i, S_{i+1})}{\partial S_{i+1}} + \frac{\partial f_{i+1}(S_{i+1}, S_{i+2})}{\partial S_{i+1}} = 0, i = 1, 2, \dots, N-1 \quad (7)$$

要有唯一解。上述条件在一般情况下必须严格满足, 这样才能保证 POA 法获得全局最优解; 另外, 指标函数 f 的偏导还应该是单调变化的。在上述条件不满足时 (阶段指标函数 f 为非凸、不具有连续一阶偏导数), POA 法常不能求得全局最优解, 甚至不能收敛。从本文算例演示结果来看, 如果这些偏导是常数 (属于条件较松的情况, 但这在实际水资源系统运行研究中也是常见的), 那么问题 (6) 在确定的可行状态范围内也会存在极值点, 但算法能否收敛到全局最优解, 则初始状态轨迹具有较大的影响。

3 算例演示给出的启示

在上述算例演示中, 针对不同初始状态轨迹所进行的逐步优化迭代计算过程及其相应的结果可以

给出以下几点启示:

(1) 当多阶段决策问题的阶段指标函数并不严格满足 Howson 和 Sancho 提出的全局收敛条件的情况下, 在运用 POA 法求解库群系统优化问题时, 选择不同的初始状态轨迹对迭代计算的收敛结果具有不可忽视的影响; 迭代计算过程虽然都能收敛, 但收敛结果可能会有全局最优或局部最优两种情形。

(2) 作为迭代计算起始点的初始状态轨迹可以选择可行轨迹, 也可以选择不可行轨迹, 这在一定程度上为选择初始状态轨迹进行迭代计算提供了方便, 但这并不意味着初始状态轨迹可以随心所欲地任意选择。有一种观点认为, 为了减少迭代计算量以尽快寻找到最优解, 初始状态轨迹应尽可能选择得与最优解接近; 然而, 笔者认为这仅仅是理论上的一种认识, 因为对于大多数结构复杂且规模庞大的实际水资源系统, 它们的最优运行调度策略在求解之前是复杂而未知的, 如何选择出与最优解接近的初始状态轨迹或如何衡量这种难以确定参照目标的“接近”并非易事。

(3) 鉴于上述认识, 笔者依据多年的应用经验认为, 在使用 POA 法解决一般性的水库群系统优化调度运行策略问题时, 应对初始状态轨迹对 POA 算法收敛结果的影响加以分析; 可以采取这样几种措施来消除这种影响: ①在可行的和不可行的初始状态轨迹中, 多选择几种不同的初始状态轨迹进行迭代计算, 如果出现若干种不同计算结果, 则可对它们进行分析比较, 以鉴别出全局最优解和避免由于出现无可行集合而产生的迭代计算无法进行; ②先对水库群系统中的每一个水库进行单库调度优化分析, 而后将它们各自的最优运行状态轨迹作为库群系统的初始状态轨迹, 再使用逐步优化算法进行迭代计算; ③多种技术方法的分步结合使用, 例如在使用 POA 法之前, 可以先使用随机模拟技术、遗传算法、聚集—解集技术等方法在适当精度条件下对库群系统进行初步优化, 下一步则在此基础上再使用 POA 法进行较为精确的迭代计算。

(4) 众所周知, 常规动态规划方法求得的结果是全局最优解 (尽管有时为非精确解), 这可以由动态规划最优性定理以及基于此定理的递推求解方法得到保证; 而当阶段指标函数不能严格满足全局收敛的充要条件或条件较松时, 两阶段逐步优化要获得全局最优解, 应该考虑初始状态轨迹的影响。从本文算例中可以看到, 仅从一种初始状态轨迹按 POA 法迭代计算尚难以完全保证一次就可获得全局最优解; 这不应该看成仅仅是一个算例的个别问题, 对于更为复杂的实际库群系统调度问题, 类似的现象是可能发生的。

在目前国内为数不少的专著和文献中, 有意识地专门阐述全局最优收敛的完备条件、初始状态轨迹对 POA 法迭代计算会有何影响以及如何避免这类问题, 并不多见; 但另一方面, 我们在实际研究工作中又频繁地使用该方法。如何选择初始状态轨迹才能确保获得全局最优解, 目前仍然需要从理论上作进一步深入探讨。

参 考 文 献:

- [1] Howson H R, Sancho N G F. A new algorithm for the solution of multi-state dynamic programming problems [J], Math. Programm. 1975, 8 (1): 104—116.
- [2] Tugeon A. Optimal short-term hydro scheduling from the principle of progressive optimality [J]. Water Resour. Res., 1981, 17 (3): 481—486.
- [3] Yeh W. W-G. Reservoir Management and Operation Models: A State-of-the-Art Review [J]. Water Resour. Res., 1985, 21 (12): 1797—1818.
- [4] 冯尚友. 水资源系统工程 [M]. 武汉: 湖北科学技术出版社, 1991.
- [5] 董子敖. 水库群调度与规划的优化理论和应用 [M], 济南: 山东科学技术出版社, 1989.
- [6] 刘国纬, 等. 跨流域调水运行管理—中国南水北调东线工程实例研究 [M]. 北京: 水利电力出版社, 1995.
- [7] 许新宜, 王浩, 甘泓. 华北地区宏观经济水资源规划理论与方法 [M]. 郑州: 黄河水利出版社, 1997.
- [8] 刘肇祚, 郭元裕. 排灌工程系统分析 [M]. 北京: 水利电力出版社, 1988.

(下转第 37 页)

- Res., 1989, 25 (10): 43–54.
- [5] Kueper B H, Frind E O. Two-phase flow in heterogeneous porous media. 1. Model development [J]. Water Resour. Res., 1991, 27 (6): 1049–1057.
- [6] Adenekan A E, Patzek T W, Pruess K. Modeling of multiphase transport of multicomponent organic contaminants and heat in the subsurface: Numerical Model Formulation [J]. Water Resour. Res., 1993, 29 (11): 3727–3740.
- [7] Mordis G., Pruess K. Flow and transport simulation using T2CG1, A package of conjugate gradient solvers for the TOUGH2 family of codes [R]. Technical Report, LBL–36235.
- [8] Schuille F. Dense chlorinated solvents in porous and fractured media [M]. Lewis: Chelsea, MI, 1988.
- [9] Campbell J H. Nonaqueous phase liquid flow through porous media: experimental study and conceptual sharp-front model development [J]. M. S. Thesis. Department of Civil Environmental and Architectural Eng., University of Colorado, Boulder, CO, 1992. 179.

Numerical analysis of transportation and distribution of light non-aqueous phase liquids in partially saturated heterogeneous soils

SHU Shan-zhi¹, LIANG Hong-wei², YUAN Yong¹

(1. Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Jilin University, Changchun 130025, China)

Abstract: The numerical simulation for transportation and distribution of light non-aqueous phase liquids in unsaturated heterogeneous soils was carried out. Attention was paid on the effects of layering of coarse and fine soils on the mobility and entrapment of the liquid in vadose zone. The analysis result may help to understand the contaminating process of light non-aqueous phase liquid and to assess the extent of contamination.

Key words: light non-aqueous phase liquids; contamination; vadose zone; numerical simulation

(上接第 30 页)

Effect of original state locus on convergence of progressive optimization algorithm

FANG Hong-yuan¹, WANG Hao², CHENG Ji-lin¹

(1. Yangzhou University, Yangzhou 225009, China; 2. China Institute of Water Resources and Hydropower Research, Beijing 100044, China)

Abstract: The influence of original state locus on convergence of progressive optimization algorithm (POA), which is used in the programming and dispatch of multiple-reservoirs system, is investigated. An example is given for illustration. The problems may happen to the application of POA in practice are pointed out.

Key words: progressive optimization algorithm; original locus; convergence