

文章编号 0559-9350(2012)04-0414-08

水库调度决策单调性与动态规划算法改进

赵钢铁¹, 雷晓辉², 蒋云钟², 王浩^{1,2}

(1. 清华大学 水沙科学与水利水电工程国家重点实验室, 北京 100084;

2. 中国水利水电科学研究院 流域水循环模拟与调控国家重点实验室, 北京 100038)

摘要: 在灌溉、供水等调度中, 水库经济效益随供水量增加常呈现 边际效用递减 的特征。本文在 边际效用递减 (即水库调度目标函数为凹函数) 的假设下分析得到两阶段水库调度中本时段泄水量、下一时段余留水量与本时段初水库蓄水量间的单调增加关系, 将这一单调关系由两阶段推广到多阶段水库调度并进一步提出动态规划算法改进: 搜索域缩减算法和邻域搜索算法。在供水调度研究案例中, 搜索域缩减算法和邻域搜索算法能将动态规划计算时间分别缩减 50.4% 和 92.1%。进一步分析发电调度中水库水头、下泄水量对总发电量的耦合影响, 讨论搜索域缩减算法和邻域搜索算法对发电调度的适用性, 并将这两种算法在陡岭子水库发电调度中进行应用; 计算结果表明搜索域缩减算法、邻域搜索算法能为发电调度提供有效的参考方案。

关键词: 水库调度; 边际效用递减; 单调性; 动态规划改进算法

中图分类号: TV697

文献标识码: A

1 研究背景

水库调度中, 结合调度模型特点选择或者设计相关算法往往能带来计算效率提高或目标函数改进^[1]。例如, 受目标函数、约束条件的非线性和不连续等特征的影响, 线性规划等常用优化算法在水库调度领域应用有限, 动态规划算法则以其适用于多时间段序贯决策并能灵活处理非线性、不连续优化模型等特点而在水库调度领域得到了广泛应用^[2-4]。与此同时, 针对动态规划的维数灾问题, 研究人员结合水库调度多状态变量模型可以简化为迭代求解的单状态变量模型、迭代搜索可行解邻域可以实现目标函数改进等特点, 提出了逐次逼近动态规划(DPSA)、离散微分动态规划(DDDP)等算法以提高动态规划计算效率^[5-7]。

本文将结合水库调度效益函数特性探讨调度决策的性质, 从而设计算法提高水库调度模型求解效率。水库是水资源系统的重要组成部分^[1,8], 水资源系统中, 供水效益 f 取决于总供水量 r , 且常呈现边际效用递减的特征^[8]

$$d^2 f / dr^2 \leq 0 \quad (1)$$

也即, 随着总供水量的增加, 额外增加单位供水量带来的经济效益增幅趋于平缓。相应地, 水库调度理论研究常假设目标函数为凹函数(边际效用递减)^[9-10]。本文将在边际效用递减的假设下探讨水库调度决策与蓄水量间的单调关系, 并基于这一单调关系对动态规划算法进行改进。

2 边际效用递减与调度决策单调性

多阶段水库优化调度问题可以简化为由递归方程相联系的一系列两阶段优化问题, 这也是应用

收稿日期: 2010-10-04

基金项目: 国家自然科学基金委海外学者基金资助项目(50928901); 国家自然科学基金创新研究群体科学基金项目(50721006);

十一五 国家科技支撑计划(2008BAB29B08)

作者简介: 赵钢铁(1986-), 男, 湖南衡阳人, 博士生, 主要从事水文水资源研究。E-mail: steel.tsinghua@gmail.com

动态规划算法求解水库调度问题的基本思路。将 s_t 记作时段 t 初(也是时段 $t-1$ 末)水库蓄水量; r_t 记作时段 t 内水库下泄水量; q_t 记作时段 t 内入库水量; $f_t(\cdot)$ 记作时段 t 水库效用函数; $F_t(\cdot)$ 记作时段 T 至 t 的最大累积效用函数。把 s_t 作为水库调度状态变量, 动态规划的递归方程可由下式表示

$$F_t(s_t) = \max [f_t(r_t) + F_{t+1}(s_{t+1})] \quad (2)$$

其中余留水量 s_{t+1} 与 s_t 、 r_t 间关系可由水量平衡方程表示

$$s_{t+1} = s_t + q_t - r_t \quad (3)$$

当时段 t 效用函数 $f_t(\cdot)$ 为凹函数时, 式(2)所示的两阶段优化模型具备两个性质: ①凹性, 最大累积效用函数 $F_t(\cdot)$ 也为凹函数; ②单调性, 时段 t 内最优泄水量 r_t^* 和时段 $t+1$ 最优余留水量 s_{t+1}^* 均与 s_t 呈单调非减关系。其中, 凹性可由定理1推出。

定理1: 记作 $g_1(x)$ 和 $g_2(x)$ 为两个凹函数, 定义 $G(x)$ 为

$$G(x) = \max_r [g_1(r) + g_2(x-r)] \quad (4)$$

则 $G(x)$ 为凹函数^[11]。

证明1: 将 x 的两个取值分别记作 x_1 、 x_2 ($x_1 < x_2$), 则 x_3 ($x_1 < x_3 < x_2$) 可以由 x_1 、 x_2 表示

$$x_3 = \alpha x_1 + (1-\alpha)x_2 \quad (0 < \alpha < 1) \quad (5)$$

将式(4)中对应 x_1 、 x_2 的最优 r 分别记作 r_1^* 、 r_2^* , 则对应 x_3 的一个可行解 r_3 可以定义为

$$r_3 = \alpha r_1^* + (1-\alpha)r_2^* \quad (6)$$

根据 $G(x)$ 的定义, 可以得到

$$G(x_3) = \max_r [g_1(r) + g_2(x_3-r)] \geq g_1(r_3) + g_2(x_3-r_3) \quad (7)$$

考虑到 $g_1(x)$ 和 $g_2(x)$ 均为凹函数, 则有

$$g_1(r_3) \geq \alpha g_1(r_1^*) + (1-\alpha)g_1(r_2^*) \quad (8)$$

$$g_2(x_3-r_3) \geq \alpha g_2(x_1-r_1^*) + (1-\alpha)g_2(x_2-r_2^*) \quad (9)$$

将式(8)、式(9)与式(7)综合, 可得

$$G(x_3) \geq \alpha G(x_1) + (1-\alpha)G(x_2) \quad (10)$$

由此证明 $g_1(x)$ 和 $g_2(x)$ 为凹函数时, $G(x) = \max_r [g_1(r) + g_2(x-r)]$ 也为凹函数。在动态规划中, 单时段效用函数 $f_t(\cdot)$ 为凹函数时, 根据递归方程(2), 可以依次推断 $F_T(\cdot)$, $F_{T-1}(\cdot)$, ..., $F_1(\cdot)$ 为凹函数。单调性可以根据定理1和定理2推导得到

定理2: 将 $g_1(x)$ 和 $g_2(x)$ 记作两个凹函数, 定义 $G(x)$ 为

$$G(x) = \max_r [g_1(r) + g_2(x-r)] \quad (11)$$

则 r^* 与 x 呈单调增加关系^[12]。

式(11)中, r 反映了总资源量 x 在 $g_1(\cdot)$ 和 $g_2(\cdot)$ 之间的分配关系。

证明2: 定理2可由反证法证明, 假设定理2非真, 则存在两个 x 取值 $x_1 < x_2$, 其对应的 r^* 满足

$$r_1^* > r_2^* \quad (12)$$

根据 KKT 条件(凹优化充分必要条件), 对应 x 的最优 r^* 有如下关系: $g_1'|_{r^*} = g_2'|_{x-r^*}$, 即两阶段供水的边际效用相等。从而

$$g_1'|_{r_1^*} = g_2'|_{x_1-r_1^*} \quad (13)$$

$$g_1'|_{r_2^*} = g_2'|_{x_2-r_2^*} \quad (14)$$

根据 $x_1 < x_2$ 且 $r_1^* > r_2^*$ (定理2的反命题), 则有

$$x_1 - r_1^* < x_2 - r_2^* \quad (15)$$

考虑到 $g_1(x)$ 、 $g_2(x)$ 均为凹函数(边际效用递减), 由式(12), 有 $g_1'|_{r_2^*} > g_1'|_{r_1^*}$, 由式(15)有

$g_2' \Big|_{x_1-r_1^*} > g_2' \Big|_{x_2-r_2^*}$ ，结合式(13)，则有

$$g_1' \Big|_{r_2^*} > g_1' \Big|_{r_1^*} = g_2' \Big|_{x_1-r_1^*} > g_2' \Big|_{x_2-r_2^*} \quad (16)$$

式(16)与式(14)相矛盾，由此可以判断定理2的反命题为假，定理2为真命题。

定理2说明，在总资源 x 增加的情况下，若想保证分配方案最优(即 $G(x)$ 取最大值)，分配给 $g_1(\cdot)$ 和 $g_2(\cdot)$ 的资源量都将增加。

在水库调度中，将式(3)中的 s_t+q_t 看做 x (式11)，由于式(2)中 $f_i(r_i)$ 为凹函数(假设)、 $F_{t+1}(s_{t+1})$ 也为凹函数(定理1)，根据定理2，可知：在水库优化调度中，若水库蓄水量增加，本时段用水量 r_t^* 和下一时段余留水量 s_{t+1}^* 都将增加。

定理1对于效用函数为线性函数($d^2 f / dr^2 = 0$)和严格凹函数($d^2 f / dr^2 < 0$)的情况均适用。

定理2的推导过程忽略了水库调度中库容和下泄水量约束条件，考虑这两个约束条件：(1)当 $s_t \leq \bar{s}$ 和 $r_t \leq \bar{r}$ (\bar{s} ， \bar{r} 分别为水库蓄水量和下泄水量上限)均不起约束作用时， r_t^* 和 s_{t+1}^* 都将随 s_t+q_t 增加而增长；(2)当 $s_t \leq \bar{s}$ 或 $r_t \leq \bar{r}$ 起约束作用时，其对应的决策变量随 s_t+q_t 增加保持不变(另一个决策变量将增长)；(3)当两个约束均起作用时， s_t+q_t 增加导致模型(2)无可行解。

3 基于调度决策单调性的动态规划算法改进

3.1 动态规划算法及其改进 定理1和定理2阐释了水库调度中时段初水库蓄水量与本时段最优下泄水量、时段末最优余留水量间的单调性关系。供应链管理中，类似的单调性关系被用于缩减搜索域从而提高优化算法效率^[12]；水库调度中，动态规划算法并未考虑优化解的单调性：假设 s_t 被离散为 n_t 个取值， s_{t+1} 被离散为 n_{t+1} 个取值，为确定对应每一个 s_t 离散值的最大累积效用函数 $F_t(s_t)$ ，需要对 s_{t+1} 的 n_{t+1} 个离散值都进行比较以选取最大值，如图1(a)所示。

根据单调性条件，若单时段效用函数为凹函数，可以利用已得到的优化解信息设计两种策略对动态规划计算进行简化：策略1，仅基于 s_t 与 s_{t+1}^* 间的单调关系，如果 $s_1 < p < s_2$ 且已知对应 s_1, s_2 的最优 s_{t+1}^* 分别为 \underline{q}, \bar{q} ，则对应 p 的最优 $s_{t+1}^* \in [\underline{q}, \bar{q}]$ (如图2(a)所示)；策略2，基于 s_t 与 s_{t+1}^*, r_t^* 二者间的单调关系，如果已知 p 的最优余留水量为 q ，对于 $p+\Delta$ ，要同时满足 s_{t+1}^*, r_t^* 的单调性条件，其对应的最优余留水量 q' 应满足 $q \leq q' \leq q+\Delta$ (如图2(b)所示)。

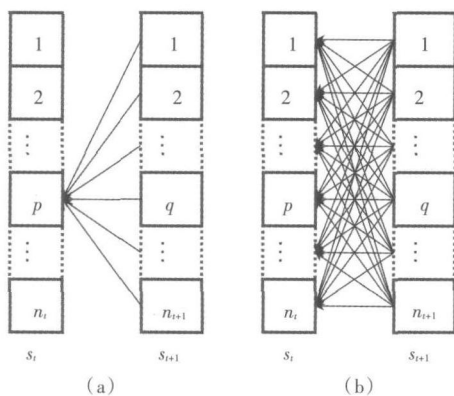


图1 动态规划算法

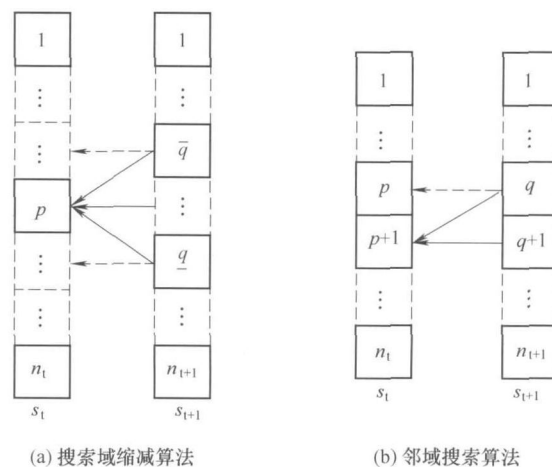


图2 搜索域缩减算法与邻域搜索算法

基于策略1，设计搜索域缩减算法如下(如图3所示)：(1)步骤1，将时段 t 水库蓄水量 s_t 离散为间隔相等 n_t 个取值并由小到大依次标记为1到 n_t ，将时段 $t+1$ 水库蓄水量 s_{t+1} 离散为间隔等于 s_t 间隔的

n_{t+1} 个取值并由小到大依次标记为 1 到 n_{t+1} ；(2)步骤 2，在初始化阶段分别将 \underline{q} 和 \bar{q} 设定为 1 和 n_{t+1} ，也即 s_{t+1} 的最小、最大值；(3)步骤 3：在 \underline{q} 和 \bar{q} 间为剩余的(尚未计算出最优 s_{t+1}^* 的)最小、最大 s_t 离散值搜索最优 s_{t+1}^* ，并将其用于更新 \underline{q} 和 \bar{q} ；(4)重复步骤 3，直至对应 n_t 个 s_t 离散值的 s_{t+1}^* 均被搜索得到。

根据单调性原理(图 2(a)所示)，步骤 3 重复计算过程中， \underline{q} 将逐渐增加， \bar{q} 将逐渐减小，从而逐渐缩小搜索范围，提高动态规划算法计算效率。

基于策略 2，设计邻域搜索算法如下(如图 4 所示)：(1)步骤 1， $k=1$ (s_t 最小值)，在 $q=1, 2, \dots, n_{t+1}$ 间搜索对应 k 的最优 q 值记作 q^* ；(2)步骤 2， $k=k+1$ ，比较 $q=q^*, q^*+1$ ，选取较优值更新 q^* ；(3)重复步骤 2 直至 $k=n_t$ 。

比较图 1、图 2，设 $n=n_t=n_{t+1}$ ，为确定 $F_t(s_t)$ 取值， $f_t(r_t)+F_t(s_{t+1})$ 在动态规划中需计算 n^2 次，搜索域缩减算法计算量约为动态规划算法计算量的 1/2，即 $n+(n-1)+\dots+1=\frac{1}{2}n^2$ ，邻域搜索算法约为动态规划算法的 $3/n$ ，即 $n+2(n-1)=3n-2$ 。

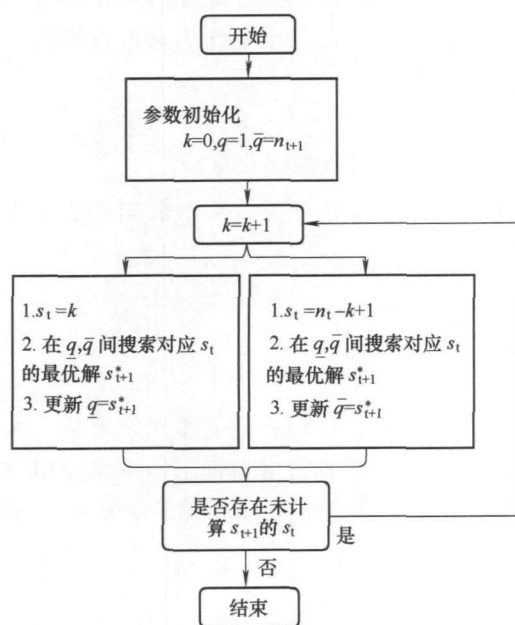


图 3 搜索域缩减算法流程

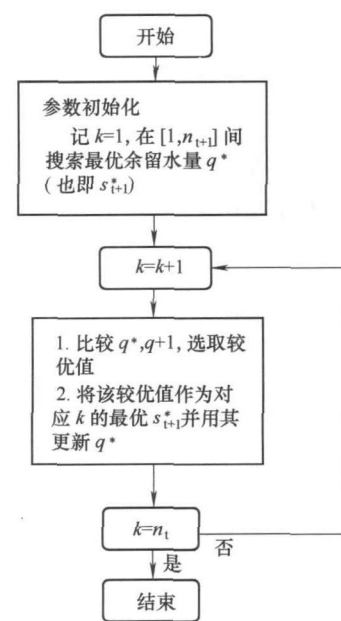


图 4 邻域搜索算法流程

3.2 搜索域缩减算法与邻域搜索算法的供水调度应用 本文设计了一个供水水库案例(虚拟的概念水库)对动态规划算法及搜索域缩减算法、邻域搜索算法进行应用。优化调度模型如下式所示

$$\max U = \sum_{t=1}^{100} \ln(r_t) \quad (17)$$

$$\text{s.t.} : 0 \leq s_t \leq 2 ; s_{t-1} + q_t - r_t = s_{t+1} ; s_0 = 1 ; s_{100} = 1$$

式(17)所示模型 1 中，效用函数 $\ln(\cdot)$ ，其满足边际效应递减，且其价格弹性系数恒定为 1^[9]；径流序列 q_t 的生成采用 Thomas-Fiering 模型，对应参数为 $\mu_{\text{low}}=1$ ， $C_v=0.3$ ， $\rho_{\text{low}}=0.4$ 。随机产生 100 组径流序列，采用 3 种算法进行求解。

动态规划算法、搜索域缩减算法和邻域搜索算法均由 Matlab 2009a 编程实现，并在戴尔 Intel 双核台式机(CPU 主频 3.00GHz，内存 3.25GB)上运行求解。模型求解中，水库库容被离散为 0.05、0.01 和 0.005 的间隔，其计算时间如表 1 所示。同一库容离散间隔下，3 种算法计算结果相同，但其计算效率存在较大差异。由表 1 可知，动态规划算法、搜索域缩减算法计算时间随库容离散数量增加呈二次方增长，邻域搜索算法计算时间随库容离散数量增加呈线性增长。整体上，搜索域缩减算法能将动态规划算法效率提高 1 倍以上；邻域搜索算法能进一步提高动态规划算法计算效率。

表1 搜索域缩减算法、邻域搜索算法与动态规划计算量比较

库容离散间隔	库容离散数量	动态规划		搜索域缩减算法			邻域搜索算法		
		均值	方差	均值	方差	相对计算量/%	均值	方差	相对计算量/%
0.050	400	0.425	0.002	0.211	0.003	49.6	0.034	0.002	7.9
0.010	2 000	10.511	0.011	4.725	0.083	44.9	0.163	0.001	1.5
0.005	4 000	43.253	0.050	18.512	0.327	42.8	0.323	0.001	0.7

4 水库发电调度探讨

4.1 水电调度中的边际效用递减 本文第二节推导调度决策单调性时假设效用函数仅取决于水库泄水量且具有效用递减的性质，这种假设对于供水调度、灌溉调度是适用的；同时，根据 最大化凹函数 与 最小化凸函数 的等价性，调度决策单调性也可用于 边际损失递增 的水库防洪调度问题。对于水库发电调度，由于发电量同时取决于水头与泄水量，因此，以发电量作为调度目标时，式(1)、式(2)不再适用^[2-4]。水库单时段发电量 p_t 可采用下式进行计算

$$p_t = \eta \bar{h}_t r_t \quad (18)$$

式中： η 为势能转换系数； \bar{h}_t 为时段 t 平均发电水头； r_t 为时段 t 水库泄水量。

考虑水库水位-库容关系 $H(s_t)$ 、尾水位-泄水量关系 $h(r_t)$ 和水量平衡关系， \bar{h}_t 可以表示为

$$\bar{h}_t = \frac{1}{2} [H(s_t) + H(s_t + q_t - r_t)] - h(r_t) \quad (19)$$

根据式(19)，水库发电调度的效用函数可以表示为 s_t 与 r_t 的函数 $p_t = f_t(s_t, r_t)$

$$f_t(s_t, r_t) = \frac{\eta}{2} [H(s_t)r_t + H(s_t + q_t - r_t)r_t - 2h(r_t)r_t] \quad (20)$$

其中，水位-库容关系 $H(s_t)$ 满足 $H'(s_t) > 0, H''(s_t) < 0$ 的条件，也即：随着蓄水量增加，水库水位将会增加；同时，由于水位增加导致水库水面面积增加，单位蓄水量增加带来的库水位增加量趋于减小。类似地，尾水位-泄水量关系 $h(r_t)$ 满足 $h'(r_t) > 0, h''(r_t) < 0$ 的条件。通常， $H(s_t)$ 、 $h(r_t)$ 可由幂函数表示

$$H(s_t) = a_1 s_t^{b_1} + c_1 \quad (21)$$

$$h(r_t) = a_2 r_t^{b_2} + c_2 \quad (22)$$

式中： a_1, a_2, b_1, b_2 为正常数，且 b_1, b_2 小于1(一阶导数大于0，二阶导数小于0)； c_1, c_2 为高程修正系数。

对 $f_t(s_t, r_t)$ 求二阶偏导数，可以得到

$$\frac{\partial^2 f_t}{\partial s_t^2} = \frac{\eta}{2} [H''(s_t) + H''(s_t + q_t - r_t)]r_t; \quad \frac{\partial^2 f_t}{\partial r_t^2} = \Delta_1 + \Delta_2 \quad (23)$$

$$\Delta_1 = \frac{\eta}{2} [-2H'(s_t + q_t - r_t) + H''(s_t + q_t - r_t)r_t]; \quad \Delta_2 = -\frac{\eta}{2} [4h'(r_t) + 2h''(r_t)r_t] \quad (24)$$

$$\frac{\partial^2 f_t}{\partial r_t \partial s_t} = \frac{\eta}{2} H'(s_t + q_t - r_t) - \frac{\eta}{2} H''(s_t + q_t - r_t)r_t + \frac{\eta}{2} H'(s_t) \quad (25)$$

根据 $H''(s_t) < 0$ 的条件，可以推断

$$\frac{\partial^2 f_t}{\partial s_t^2} < 0 \quad (26)$$

式(26)表明，水电调度中 r_t 不变时，发电量 $f_t(s_t, r_t)$ 将随 s_t 增加而增加(发电水头提高)，但 s_t 增加对发电量的贡献边际效用递减。其原因在于：随蓄水量增加，库水位将提高，但库容面积也将增加，单位蓄水量增加带来的发电水头提高和总发电量增加趋于减小。

根据 $H'(s_t) > 0$, $H''(s_t) < 0$, 可以推断式(24)中 $\Delta_1 < 0$; 结合式(22), 可得 $\Delta_2 = -\frac{\eta}{2}$
 $[4h'(r_t) + 2h''(r_t)r_t] = -2\eta a_2 b_2 (1 + b_2) r_t^{b_2 - 1} < 0$, 从而可知

$$\frac{\partial^2 f_t}{\partial r_t^2} < 0 \quad (27)$$

式(27)表明, S_t 不变时泄水量 r_t 增加对发电量的贡献同样满足边际效用递减。其原因在于: 随泄水量增加, 库水位将降低, 且库容面积也将减小, 单位泄流量增加带来的发电水头降低和发电量减少趋于增加; 随泄水量增加, 尾水位将提高, 其对发电量的不利影响趋于增强。

式(26)、式(27)阐释了发电调度函数 $f_t(s_t, r_t)$ 分别在 s_t 和 r_t 维度上为凹函数(边际效用递减), 然而 $f_t(s_t, r_t)$ 的凹性还取决于

$$Hess(f) = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f_t}{\partial s_t^2} & \frac{\partial^2 f_t}{\partial r_t \partial s_t} \\ \frac{\partial^2 f_t}{\partial r_t \partial s_t} & \frac{\partial^2 f_t}{\partial r_t^2} \end{vmatrix} = \frac{\partial^2 f_t}{\partial s_t^2} \frac{\partial^2 f_t}{\partial r_t^2} - \left(\frac{\partial^2 f_t}{\partial r_t \partial s_t} \right)^2 \quad (28)$$

由式(23) (25)可知, $Hess(f)$ 较为复杂, 其取决于 s_t 、 r_t 、 q_t 等变量及 $H(s_t)$ 、 $h(r_t)$ 中的常数项。实际应用中, 并不能保证 $Hess(f)$ 大于 0, 因而 $f_t(s_t, r_t)$ 不是凹函数^[14]; 前文推导的累积效用函数为凹函数、调度决策单调性等结论对发电调度不再严格适用。

4.2 搜索域缩减算法与邻域搜索算法的发电调度应用 考虑库水位对发电量的影响(式 20), 水电调度的动态规划递归方程为

$$F_t(s_t) = \max [f_t(s_t, r_t) + F_t(s_{t+1})] \quad (29)$$

s.t. $s_{t+1} = s_t + q_t - r_t$

设已知对应 s_1 的最优泄水量 r_1^* 和对应 $s_2 = s_1 + \Delta$ 的最优泄水量 r_2^* , 比较 r_1^* 和 r_2^* , 额外水量 Δ 对 r^* 的影响可分为 3 种情况: 1. $r_2^* > r_1^* + \Delta$; 2. $r_1^* + \Delta \geq r_2^* \geq r_1^*$; 3. $r_2^* < r_1^*$ 。

发电调度中, 对于额外水量 Δ , 将其在本时段下泄能够增加本时段发电量, 但其边际效用递减, 且会影响后续时段发电水头; 将其存在水库中能提高后续时段发电水头从而提高总发电量, 但总发电量增加值随存水量增加边际效用递减。对比 Δ 对 r^* 的 3 种影响, 可知: 第 1 种情况下, 由于本时段泄水量增加对发电量的贡献边际效用递减, $s_2 > s_1$ 但其余留水量小于 s_1 的余留水量的可能性很小; 第 3 种情况下, 由于余留水量增加对发电量的贡献边际效用递减, $s_2 > s_1$ 但 $r_2^* < r_1^*$ 的可能性也较小; 第 2 种情况下, 额外水量 Δ 部分存留在水库中、部分在本时段下泄(类似于第 2 节 r_t^* 、 s_{t+1}^* 与 s_t 的单调非减关系), 其可能性最大。对于这 3 种情况, s_{t+1}^* 与 s_t 间的单调关系在第 2、3 种情况下均成立(搜索域缩减算法适用), s_{t+1}^* 、 r_t^* 与 s_t 间的单调关系仅在第 2 种情况下成立(邻域搜索算法适用)。

在定性探讨搜索域缩减算法、邻域搜索算法对发电调度适用性的基础上, 本研究将动态规划算法及这两种改进算法在陡岭子水库发电调度中进行应用。陡岭子水库位于汉江支流金钱河上, 距离十堰市 120km。陡岭子水库控制流域面积 5 611km², 年径流量 16.6 亿 m³, 装机容量 7.05 万 kW。工程以发电为主, 兼顾防洪、灌溉等综合效益。陡岭子水库死水位为 242m(死库容 1.4 亿 m³), 正常蓄水位 264m(相应库容 3.5 亿 m³)。

本文选取陡岭子水库 2002 年 7 月—2006 年 6 月旬调度为案例(共 4 年, 144 个计算时段), 构建发电调度模型如下

$$\begin{cases} \max \sum_{t=1}^{144} p_t \\ \text{s.t.} \begin{cases} f_t = \frac{\eta}{2} [H(s_t)r_t + H(s_t + q_t - r_t)r_t - h(r_t)r_t] \\ p_t = \min\{f_t, p_{\max}\}; s_{t+1} = s_t + q_t - r_t; \underline{s} \leq s_t \leq \bar{s}; s_0 = s_{144} = \underline{s}; r_t \geq 0 \end{cases} \end{cases} \quad (30)$$

式中： f_i 为由势能转换关系计算的最大发电量， p_{\max} 为最大可能发电量(装机容量乘以发电时间)，实际发电量 p_i 为 f_i 与 p_{\max} 的较小值。 $H(s_i)$ 和 $h(r_i)$ 由幂函数拟合得到(式21、22)，拟合优度均高于0.99。

将兴利库容划分为1000等分，由Matlab 2009a编程实现动态规划、搜索域缩减算法、邻域搜索算法对式(30)进行求解。在戴尔Intel双核台式机(CPU主频3.00GHz，内存3.25GB)运行程序，这3种算法计算结果相同，如图5所示。计算时间上，动态规划算法为994.2s，搜索域缩减算法为329.2s，邻域搜索算法仅为3.4s。搜索域缩减算法、邻域搜索算法与动态规划算法结果相同且计算时间大为减少。值得指出，尽管在陡岭子研究案例中，两种改进算法与动态规划算法计算结果相同且计算效率显著提高，发电调度中这两种算法对动态规划算法的可替代性还有待进一步理论验证；实际应用中，这两种算法的计算结果可以作为调度操作参考。

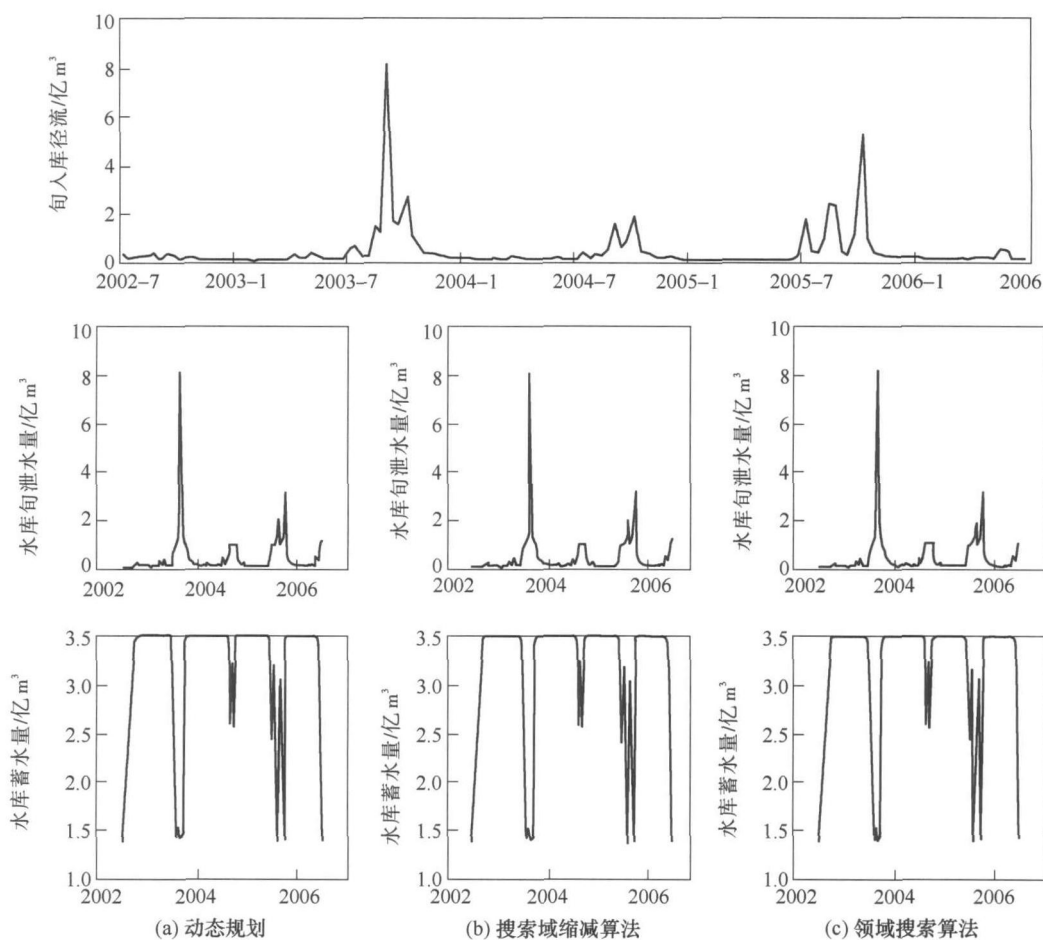


图5 陡岭子水库2002年7月—2006年6月发电调度方案

5 结语

采用动态规划算法求解水库调度问题时，多阶段调度决策被简化为一系列两阶段决策，两阶段决策由递归方程相联系组成多阶段决策。本文在两阶段优化的框架下探讨了水库调度边际效用递减(即目标函数为凹函数)时最优泄水量、最优余留水量与时段初水库蓄水量间的单调关系，并在此基础上改进动态规划算法，提出了搜索域缩减算法和邻域搜索算法。供水调度研究案例中，搜索域缩减算法、邻域搜索算法均能搜索得到优化解，并能显著减少计算时间。同时，本文定性探讨了调度决策单调性和搜索域缩减算法、邻域搜索算法对发电调度的适用性，并对这两种算法进行了应用，研究结果表明：这两种算法均能得到优化解并减少计算时间，其有效性还有待结合发电函数性质进一步进行理论检验。

本文将经济学中边际效用递减的概念^[8], 运筹学中优化解的单调性^[12-13]等概念引入水库调度, 探讨水库调度决策的单调性, 并以单水库供水、发电调度为例进行应用研究。进一步的研究方向包括: (1)结合发电函数特性对水电调度决策的单调性进行理论检验; (2)将搜索域缩减算法、邻域搜索算法与逐次逼近动态规划、增量动态规划、离散微分动态规划等相结合, 求解复杂水库群调度问题。

参 考 文 献:

- [1] Labadie J W . Optimal operation of multireservoir systems :State-of-the-art review[J] . Journal of Water Resources Planning and Management-Asce ,2004 ,130(2) :93-111 .
- [2] 刘宁 . 三峡-清江梯级电站联合优化调度研究[J] . 水利学报 ,2008 ,38(3) :264-271 .
- [3] 梅亚东,熊莹,陈立华 . 梯级水库综合利用调度的动态规划方法研究[J] . 水力发电学报 ,2007 ,26(2) :1-4 .
- [4] 刘攀,郭生练,张文选,等 . 梯级水库群联合优化调度函数研究[J] . 水科学进展 ,2007 ,18(6) :816-825 .
- [5] Larson R E , Korsak A J . Dynamic programming successive approximations technique with convergence proofs [J] . Automatica ,1970 ,6(2) :245-253 .
- [6] Hall W A , Tauxe G W , Yeh W W G . An alternate procedure for optimization of operations for planning with multiple river ,multiple purpose systems[J] . Water Resources Research ,1968 ,5(6) :1367-1372 .
- [7] Heidari M , Chow V T , Kokotovi P v , et al . Discrete differential dynamic programming approach to water resources systems optimization[J] . Water Resources Research ,1971 ,7(2) :273-282 .
- [8] Harou J J , Medellin-Azuara J , Zhu T J , et al . Economic consequences of optimized water management for prolonged ,severe drought in California[J] . Water Resources Research ,2010 ,46(1) .
- [9] Booker J F , O'Neill J C . Can reservoir storage be uneconomically large?[J] . Journal of Water Resources Planning and Management-Asce ,2006 ,132(6) :520-523 .
- [10] You J Y , Cai X M . Hedging rule for reservoir operations : 1 . A theoretical analysis[J] . Water Resources Research ,2008 ,44(1) .
- [11] Balinski M L , Baumol W J . The Dual in Nonlinear Programming and Its Economic Interpretation[J] . Review of Economic Studies ,1968 ,35 :237-256 .
- [12] Veinott A F . Production planning with convex costs -a parametric study[J] . Management Science ,1964 ,10 (3) :441-460 .
- [13] Galil Z , Park K . Dynamic programming with convexity , concavity and sparsity[J] . Theoretic Computer Science ,1992 ,92(1) :49-76 .
- [14] Tilmant A , Kelman R . A stochastic approach to analyze trade-offs and risks associated with large-scale water resources systems[J] . Water Resources Research ,2007 ,43(6) .

Monotonicity in operation decision of reservoir and improved dynamic programming algorithm

ZHAO Tongtiegang¹ , LEI Xiao-hui² , JIANG Yun-zhong² , WANG Hao²

(1. Tsinghua University , Beijing 100084 , China ;

2. China Institute of Hydropower and Water Resources , Beijing 100038 , China)

Abstract : In irrigation and water supply reservoir operation , economic utility usually exhibits diminishing marginal utility properties. Based on a concavity assumption for reservoir utility function (i.e. , diminishing marginal utility) , this study analyzes the monotonic relationships between reservoir released water volume , storage carry-over volume and current reservoir storage , extends the monotonic relationships from two-stage to multi-stage reservoir operation , and applies these relationships to improve the dynamic programming algorithm. In the water supply case study , the improved dynamic programming algorithm can obtain the optimal solution and reduce the computation time of dynamic programming , in the hydropower case study , the improved algorithm can also obtain optimal solution and reduce computation time.

Key words : Reservoir operation ; diminishing marginal utility ; monotonicity ; improved dynamic programming algorithm

(责任编辑:王冰伟)